

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$? Objasnite riječima i formulom. (2 boda)
(ii) Je li $F(x) = \ln \sin^2 x$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = 2 \cot x$? Objasnite. (4 boda)
(iii) Odredite $\int x e^{x^2+1} dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)
2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$. (4 boda)
(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
3. (i) Napišite oba oblika formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (3 boda)
(ii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (3 boda)
(iii) Izračunajte približnu vrijednost $f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y)$ ako je $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$, $(x_0, y_0) = (3, 4)$, $\Delta x = -0.03$, $\Delta y = 0.02$. (4 boda)
4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)
(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 2y$ i ako je $D := 1 \leq x \leq 4, \sqrt{x} \leq y \leq x$. Nacrtajte područje D ! (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)
5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)
(ii) Odredite koja je od sljedećih diferencijalnih jednadžbi linearna prvog reda i objasnite zašto:
$$(a) \quad y + y' = 3xy, \quad (b) \quad (y - y')^2 = 2, \quad (c) \quad y' + y \cdot \sin x = \pi, \quad (d) \quad \frac{y'}{y} = 2x + 3y.$$

Za linearne recite jesu li homogene ili nehomogene. Objasnite! (3 boda)
(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe: $y'' - 9y = 0$, $y'' - 4y' + 4y = 0$, $y'' - 4y' + 13y = 0$. (4 boda)

1. (i) Riješite integral $\int e^x \cos^2 x dx$. (6 bodova)
(ii) Riješite integral $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$. (4 boda)
2. Zadana je funkcija $f(x, y) = \sqrt{y^2 - x - 1} + \ln(4 - x^2 - y^2)$.
 - (i) Odredite i skicirajte domenu te funkcije. (5 bodova)
 - (ii) Nađite parcijalne derivacije te funkcije u točki $(-1, -1)$. (5 bodova)
3. Zadana je funkcija $f(x, y) = e^{x-y}(x^2 - 2y^2)$. Odredite:
 - (i) njene lokalne ekstreme, (6 bodova)
 - (ii) tangencijalnu ravninu na graf te funkcije u točki $(0, 0, 0)$. (4 boda)
4. (i) Promijenite poredak integracije u integralu

$$\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} dx \quad (5 \text{ bodova})$$

- (ii) Izračunajte integral iz (i) (bilo kojim poretkom). (3 boda)
 - (iii) Geometrijski interpretirajte integral iz (i). (2 boda)
5. Riješite Cauchyev problem

$$y' + \frac{2y}{x} = x^3$$
$$y(1) = 0.$$

(10 bodova)